

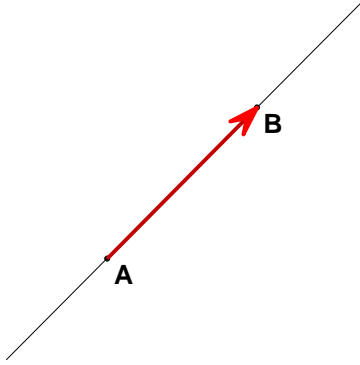
# المتجهات والإزاحة

## الجزء الأول : المتجهات :

### I. المتجهة:

#### تعريف

كل نقطتين مختلفتين  $A$  و  $B$  تحددان متجهة يرمز لها بالرمز  $\overrightarrow{AB}$



✓  $A$  تسمى أصل المتجهة  $\overrightarrow{AB}$  و  $B$  تسمى طرفها

✓ المستقيم  $(AB)$  يسمى إتجاه وحامل المتجهة  $\overrightarrow{AB}$

✓ المسافة  $AB$  تسمى منظم أو معيار المتجهة  $\overrightarrow{AB}$

✓ المنحى من  $A$  نحو  $B$  هو منحى المتجهة  $\overrightarrow{AB}$

✓  $\overrightarrow{AA} = \vec{0}$  ليس لها إتجاه و تسمى المتجهة المنعدمة إذن

✓ مقابل المتجهة  $\overrightarrow{AB}$  هي المتجهة  $\overrightarrow{BA}$  ونكتب  $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$

### II. تساوي متجهتين :

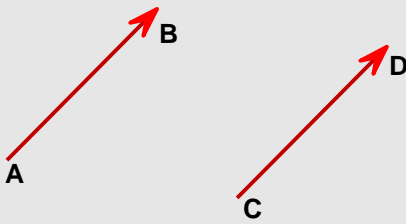
#### تعريف

تكون  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$  إذا كان :

✓  $\overrightarrow{AB}$  و  $\overrightarrow{CD}$  لهما نفس الإتجاه أي  $(AB) \parallel (CD)$

✓  $\overrightarrow{AB}$  و  $\overrightarrow{CD}$  لهما نفس المنحى

✓  $\overrightarrow{AB}$  و  $\overrightarrow{CD}$  لهما نفس المنظم (القياس) أي  $AB = CD$



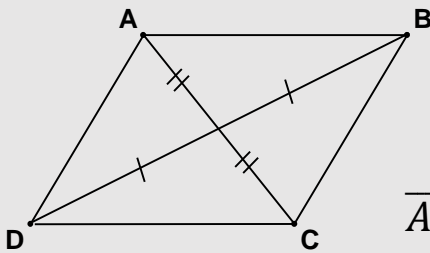
#### خاصيات

✓ تكون  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$  إذا كان  $[AC]$  و  $[BD]$  لهما نفس المنتصف

✓ إذا كان  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$  فإن الرباعي  $ABCD$  متوازي أضلاع

✓ إذا كان الرباعي  $ABCD$  متوازي أضلاع فإن  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

✓ إذا كان الرباعي  $ABCD$  متوازي أضلاع فإن  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$

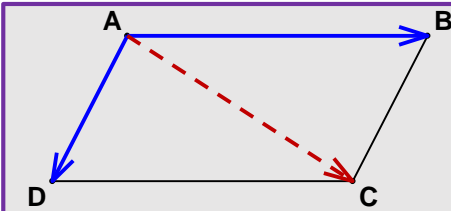


### III. مجموع متجهتين :

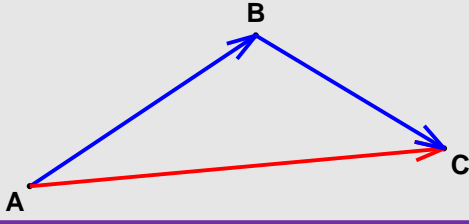
#### تعريف

مجموع المتجهتين  $\overrightarrow{AB}$  و  $\overrightarrow{AD}$  هو المتجهة  $\overrightarrow{AC}$

بحيث  $ABCD$  متوازي أضلاع ونكتب  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$



## علاقة شال



A و B و C نقط من المستوى .

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} \quad \text{لدينا}$$

هذه المتساوية تسمى علاقة شال .

أمثلة : بسط ماييلي :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$$

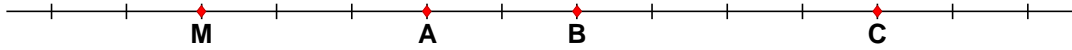
$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$$

## IV. ضرب متجهة في عدد حقيقي :

### تعريف

$\overrightarrow{AB}$  متجهة غير منعدمة و  $k$  عدد حقيقي .  
نقول إن المتجهة  $\overrightarrow{AC}$  هي جداء المتجهة  $\overrightarrow{AB}$  في العدد الحقيقي  $k$  إذا كانت  $C$  هي نقطة من المستقيم  $(AB)$  بحيث  $\overrightarrow{AC} = k \overrightarrow{AB}$  .  
✓ إذا كان  $k > 0$  فإن  $AC = k AB$  و  $\overrightarrow{AC}$  و  $\overrightarrow{AB}$  لهما نفس المنحى .  
✓ إذا كان  $k < 0$  فإن  $AC = -k AB$  و  $\overrightarrow{AC}$  و  $\overrightarrow{AB}$  لهما منحيان متعاكسان .

مثال :  $\overrightarrow{AC} = 3 \overrightarrow{AB}$  و  $\overrightarrow{BC} = -2 \overrightarrow{BA}$  و  $\overrightarrow{AM} = -\frac{3}{2} \overrightarrow{AB}$



### خاصية 1

إذا كان  $\overrightarrow{AC} = k \overrightarrow{AB}$  فإن A و B و C نقط مستقيمية .

### خاصية 2

إذا كان  $\overrightarrow{AB} = k \overrightarrow{MN}$  فإن  $(AB) // (MN)$  نقول إن  $\overrightarrow{AB}$  و  $\overrightarrow{MN}$  متجهتان مستقيمتان .

## V. المتجهة والمنتصف :

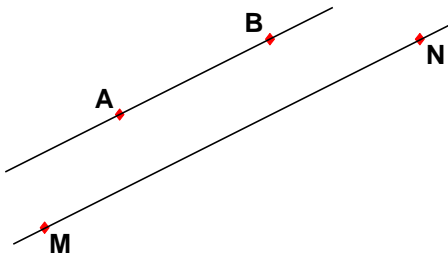
A و B و M ثلاث نقط .

M منتصف  $[AB]$  يعني أن :

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{MA} = -\overrightarrow{MB}$$



## الجزء الثاني : الإزاحة :

### تعريف

$A$  و  $B$  نقطتان من المستوى .

النقطة  $M'$  هي صورة النقطة  $M$  بالإزاحة  $T$  ذات المتجهة  $\overrightarrow{AB}$  فإن :  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MM'}$

**ملاحظة :** المتجهة  $\overrightarrow{AB}$  هي المتجهة التي تحول  $A$  إلى  $B$  بحيث  $B$  تسمى صورة  $A$

### خاصية 1

إذا كانت  $A'$  و  $B'$  صورتى  $A$  و  $B$  على التوالي بإزاحة  $\vec{u}$  فإن :  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'}$

### خاصية 2

صورة مستقيم  $(AB)$  بإزاحة  $\vec{u}$  هو مستقيم  $(A'B')$  يوازيه

### خاصية 3

صورة قطعة  $[AB]$  بإزاحة  $\vec{u}$  هي قطعة  $[A'B']$  تقايسها

### خاصية 4

صورة زاوية بإزاحة هي زاوية تقايسها

**مثال :**

$\vec{u}$  متجهة غير منعدمة و  $\widehat{ABC}$  زاوية .

لننشئ الزاوية  $A'B'C'$  صورة الزاوية  $\widehat{ABC}$  بالإزاحة  $\vec{u}$

### خاصية 5

صورة دائرة  $(C)$  بإزاحة  $\vec{u}$  هي دائرة  $(C')$  لها نفس الشعاع

**مثال :**  $\overrightarrow{AB}$  متجهة غير منعدمة و  $(C)$  دائرة مركزها  $O$  وشعاعها  $r$

لننشئ الدائرة  $(C')$  صورة الدائرة  $(C)$  بالإزاحة ذات المتجهة  $\overrightarrow{AB}$  (الإزاحة التي تحول  $A$  إلى  $B$ )

✓ أولاً ننشئ المركز  $O'$  صورة المركز  $O$  بالإزاحة ذات المتجهة  $\overrightarrow{AB}$

✓ ثانياً نحتفظ بنفس الشعاع ونرسم الدائرة  $(C')$

